

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 10장 전기 —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

— 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

— 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

— 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[전기 개관]

물리현상 (문제상황)	→ 물리량	물리법칙
전기현상	① 전하 ② 전기력 ③ 전기장 ④ 전기 퍼텐셜에너지 ⑤ 전기 퍼텐셜(전위) ⑥ 전기 퍼텐셜차(전위차)	쿨롱의 법칙 가우스 법칙

I. 전하와 전기력

물체가 전기를 띠는 현상을 대전이라고 하며, 대전된 물체를 대전체라고 한다. 두 대전체 사이에는 서로 밀어내거나 끌어당기는 힘인 전기력이 작용하며, 이 힘은 다양한 전기 현상의 원인이 된다. 이러한 전기력의 성질을 일반화한 법칙을 쿨롱 법칙이라고 하며, 이 쿨롱 법칙의 발견은 전기학의 발전에 중요한 계기가 되었다.

1. 전하

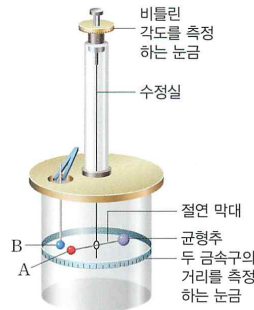
- (1) **전하**: 전기 현상을 일으키는 원인으로, 전하의 종류에는 (+)전하와 (-)전하가 있다.
- (2) **전하량**: 물체가 띠는 전하의 양을 전하량이라고 하며, 단위로는 C(쿨롱)을 사용한다. 1 C은 1 A의 전류가 흐르는 도선의 단면을 1초 동안 지나간 전하량으로, 약 6.25×10^{18} 개의 전자가 갖는 전하량과 같다.
- (3) **전하량 보존 법칙**: 마찰 전기의 발생에서와 같이 두 물체를 마찰시켰을 때 두 물체가 띠는 전하는 두 물체를 마찰하는 과정에서 전자를 서로 주거나 받기 때문에 생기는 것으로, 물체에 전하가 새로 생성되거나 소멸되는 것이 아니다. 일반적으로 전하는 어떤 반응 전후에도 그 총량은 변하지 않으며, 이를 전하량 보존 법칙이라고 한다.

2. 쿨롱 법칙

심화 20쪽~22쪽

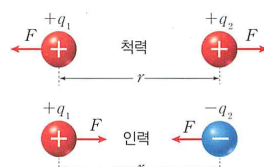
- (1) **전기력**: 전하 사이에 작용하는 힘을 전기력이라고 한다. 이때 같은 종류의 전하 사이에는 서로 밀어내는 힘인 척력이 작용하고, 다른 종류의 전하 사이에는 서로 끌어당기는 힘인 인력이 작용한다.

- (2) **쿨롱의 실험**: 1785년 쿨롱(Coulomb, C. A., 1736~1806, 프랑스)은 그림과 같이 비틀림 저울에서 대전된 금속구 A를 가는 수정실에 매단 가벼운 절연 막대의 끝에 놓고, 대전된 금속구 B를 가까이 가져갔을 때 수정실이 비틀린 각도를 측정하여 전기력의 크기를 구하였다. 또 두 금속구의 전하량과 두 금속구 사이의 거리를 변화시켜 전하량 및 거리와 전기력의 크기 사이의 관계를 구하였다.



▲ 비틀림 저울을 이용한 전기력 측정 실험

- (3) **쿨롱 법칙**: 쿨롱의 실험으로부터 두 전하 사이에 작용하는 전기력의 성질을 일반화할 수 있으며, 이를 쿨롱 법칙이라고 한다. 전하량이 각각 q_1, q_2 인 두 전하가 거리 r 만큼 떨어져 있을 때 두 전하 사이에 작용하는 전기력의 크기 F 는 다음과 같다. ($F > 0$ 이면 척력, $F < 0$ 이면 인력이다.)



▲ 쿨롱 법칙

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{단위: N})$$

이때 비례 상수 k 는 두 전하 사이의 공간을 채우는 물질의 유전율에 의해 결정되는 값으로, 진공에서는 약 $9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ 이다. 두 전하 사이에 작용하는 전기력은 두 전하를 잇는 직선상에서 작용하며, 작용 반작용 관계이므로 각 전하에 작용하는 힘의 크기는 같고 힘의 방향은 반대이다.

개념 POINT

기본 전하량 e

전자 1개가 가지는 전하량을 기본 전하량 e 라고 한다.

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

물체의 대전은 전자의 이동으로 일어나는 현상이므로, 모든 대전체의 전하량은 기본 전하량 e 의 정수배로 존재한다.

비례 상수(쿨롱 상수) k

진공의 유전율이 $\epsilon_0 (= 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})$

일 때 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ 이다.

공기의 유전율은 진공의 유전율의 1.00059배로 진공과 거의 비슷하다.

유전율

절연체(유전체)의 전기적인 특성을 나타내는 물리량을 유전율이라고 한다. 전하 사이에 전기장이 작용할 때 그 전하 사이의 매질이 전기장에 미치는 영향을 나타낸다.

⇒ 74쪽에서 자세히 다룬다.

II. 전기장

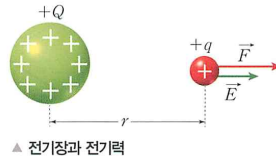
전하 주위에 만들어지는 전기장은 전하량과 거리에 따라 크기와 방향이 결정되는 3차원 공간에 형성되는 벡터이다. 19세기 전기장의 개념을 도입한 패러데이(Faraday, M., 1791~1867, 영국)는 전기력선이라는 개념을 고안하여 전기장의 모양을 시각적으로 표현하였다.

1. 전기장

심화 20쪽~22쪽

어떤 공간에 전하 Q 가 놓여 있을 때 이 전하 주위에 다른 전하 q 를 놓으면 전하 q 는 전기력을 받는다. 이는 전하 Q 주위에 전기장이 형성되어 다른 전하에 전기력을 작용하기 때문이다.

(1) **전기장**: 전기력이 작용하는 공간으로, 크기와 방향을 모두 가지는 벡터량이다. 전기장 내의 한 점에 단위 양전하(+1 C)를 놓았을 때 이 전하에 작용하는 전기력을 그 지점에서의 전기장으로 정의한다. 따라서 전기장 내에 전하량이 $+q$ 인 전하

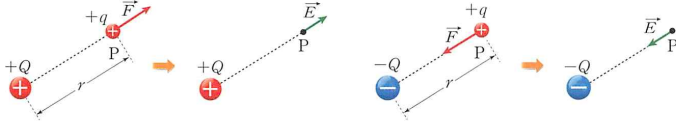


▲ 전기장과 전기력

를 놓았을 때 이 전하에 전기력 \vec{F} 가 작용한다면 그 지점에서의 전기장 \vec{E} 는 다음과 같다.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (\text{단위: N/C})$$

반대로 생각하면, 전기장이 \vec{E} 인 곳에 전하량이 $+q$ 인 전하를 놓았을 때 이 전하에 작용하는 전기력 $\vec{F} = q\vec{E}$ 이다.



(가) (+)전하 주위의 한 점인 P점에서의 전기장

(나) (-)전하 주위의 한 점인 P점에서의 전기장

▲ **전기장의 방향** 전기장 내에 놓인 단위 양전하(+1 C)에 작용하는 힘의 방향이 그 지점에서의 전기장의 방향이다.

전기장의 세기

대전체	전기장의 세기 (N/C)
우라늄 핵의 표면	3×10^{21}
수소 원자의 전자 궤도 내부	5×10^{11}
대기 중에서 일어나는 방전	3×10^5
복사기의 대전된 드럼	10^5
대전된 플라스틱 빗 근처	10^3
가전 제품 회로의 구리선 안	10^{-2}

개념 POINT

(2) 점전하에 의한 전기장

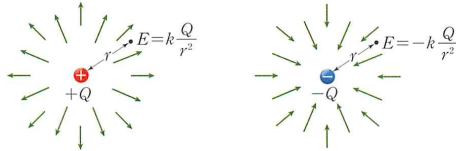
① 점전하에 의한 전기장의 세기: 전하량이 Q 인 점전하로부터 거리 r 만큼 떨어진 곳에 전하량이 q 인 전하를 놓았을 때 이 전하에 작용하는 전기력의 크기 $F = k \frac{Qq}{r^2}$ 이므로, 이 위치에서 전기장의 세기 E 는 다음과 같다.

$$E = \frac{F}{q} = k \frac{Q}{r^2}$$

즉, 점전하에 의한 전기장의 세기는 전하량에 비례하고, 거리의 제곱에 반비례한다.

② 점전하에 의한 전기장의 방향: (+)전하 주위의 전기장의 방향은 전하에서 나가는 방향이고, (-)전하 주위의 전기장의 방향은 전하로 들어가는 방향이다.

③ 그림과 같이 전기장을 벡터로 표시하면 전기장의 세기는 화살표의 길이로, 전기장의 방향은 화살표의 방향으로 표시한다.



(가) (+)전하 주위의 전기장

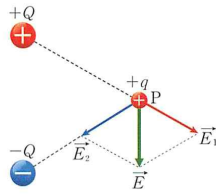
(나) (-)전하 주위의 전기장

▲ 점전하에 의한 전기장의 세기와 방향

(3) 합성 전기장: 전기장과 전기력과 같이 벡터량이므로 중첩 원리가 적용된다. 따라서 여러 개의 점전하가 만드는 합성 전기장을 구하기 위해서는 각각의 점전하가 만드는 전기장 벡터를 구하여 벡터의 합으로 표현해야 한다.

그림과 같이 임의의 P점에서 전하량이 각각 $+Q$, $-Q$ 인 두 점전하가 만드는 전기장을 구해 보자. P점에 전하량이 $+q$ 인 전하를 놓았을 때 이 전하에 작용하는 알짜힘 \vec{F} 는 두 점전하 $+Q$ 와 $-Q$ 가 전하 $+q$ 에 작용하는 전기력 \vec{F}_1 과 \vec{F}_2 의 합력이다. 즉, 알짜힘 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ 이다. 따라서 P점에서의 합성 전기장 \vec{E} 는 다음과 같다.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{q} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

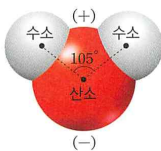


▲ 두 점전하에 의한 합성 전기장

즉, 한 지점에서 두 점전하에 의한 전기장은 각 점전하에 의한 전기장 벡터의 합이다.

시야확장 + 전기 쌍극자

전하량은 같지만 부호가 반대인 두 전하가 일정한 거리만큼 떨어져 있을 때, 이 두 전하의 분포를 전기 쌍극자라고 한다. 전기 쌍극자의 전체 전하량은 0이므로, 전체적으로 전하를 띠지 않은 것과 같다. 하지만 전기 쌍극자는 (+)전하와 (-)전하가 떨어져 있기 때문에 전기장을 형성한다. 전기 쌍극자를 나타내는 대표적 물질로 물(H_2O)이 있다. 그림과 같이 물 분자 내의 전자들은 산소 쪽에 더 가깝게 분포함으로써 수소 쪽이 (+)전하를, 산소 쪽이 (-)전하를 띠어 물 분자는 전기 쌍극자가 된다.



▲ 물 분자

점전하

하나의 점으로 취급할 수 있는 전하를 점전하라고 한다. 이러한 점전하는 크기가 없고, 전하량만을 가진다.

개념 POINT

선전하가 만드는 전기장

개념 POINT

지금까지 한 입자 또는 이들이 단순하게 모인 대전입자들만을 다루었다. 이제부터는 셀 수도 없이 수많은 대전입자들이 모여서 분포하는 막대나 고리와 같은 (거의 일차원적인) 가는 물체에 관한 훨씬 더 도전적인 상황을 고려하겠다. 다음 단원에서는 표면에 전하가 퍼져 있는 원판과 같은 이차원 물체를 고려할 것이다. 다음 장에서는 전하가 공 모양으로 분포하는 것과 같은 삼차원 물체에 대해 알아볼 것이다.

소개. 많은 학생들은 여러 가지 이유로 이 단원이 이 책에서 가장 어렵다고 생각한다. 거쳐야 할 여러 단계, 따라가야 할 많은 벡터의 특징이 있고, 이 모든 것을 끝낸 후 적분을 만들고 풀어야 한다. 그러나 최악의 상황은 전하의 분포가 달라지면 이 과정도 달라진다는 것이다. 여기서는 (대전고리인) 특별한 배열에 집중하지만, 일반적인 접근방법에 주의를 기울여 (막대나 원호와 같은) 숙제에 나오는 배열에 대해서도 풀 수 있어야 한다.

그림 22-11에는 원호를 따라 양전하가 균일하게 분포되어 있는 반지름 R 인 고리가 있다. 이 고리는 플라스틱으로 만들어져 있다. 즉 전하가 고정되어 있다. 이 고리 주위에 전기장선이 분포하지만, 여기서는 (고리의 중심을 지나고 고리가 있는 평면에 수직인 축인) 중심축 위에 있는 중심점으로부터 거리 z 만큼 떨어져 있는 임의의 점 P 에서만 생각하겠다.

큰 물체의 전하는 전체 전하보다는 전하밀도로 기술한다. 선전하의 경우에는 (단위길이당 전하인) 선전하밀도 λ 를 사용하고, SI 단위로는 미터당 쿨롱이다.

첫 번째 큰 문제. 지금까지 한 입자의 전기장에 대한 식을 썼다. (여러 입자에 의한 전기장은 전기쌍극자에서 했듯이 이들을 더하여 특별한 식을 만들었지만, 기본적으로는 식 22-3을 사용하는 것이다.) 이제 그림 22-11의 고리를 보자. 이것은 분명히 입자는 아니므로 식 22-3을 적용할 수 없다. 그러면 어떻게 해야 하는가?

그 답은 머리 속에서 고리를 전하의 미소요소로 나누는 것이다. 이 요소들은 너무 작아서 이들이 입자인 것처럼 취급할 수 있다. 그러면 식 22-3을 적용할 수 있다.

두 번째 큰 문제. 이제 각 전하요소 dq 에 대해 식 22-3을 적용할 수 있다는 것을 알았다. (앞에 있는 d 는 이 전하가 매우 작다는 것을 강조하기 위한 것이다.) 그러나 점 P 에서 각 전하요소가 만드는 전기장은 각자의 방향이 있다. 이것을 어떻게 더하여 P 에서 알짜 전기장을 구하는가?

그 답은 벡터를 성분으로 나누고 한 성분에 대해 각각 더하고 다른 성분을 더하는 것이다. 그러나 먼저 한 성분이 단순히 상쇄되는지 확인해야 한다. (성분이 상쇄되면 많은 계산을 줄일 수 있다.)

세 번째 큰 문제. 고리에는 수많은 dq 요소가 있고, 따라서 한 성분이 상쇄된다고 하더라도 수많은 $d\vec{E}$ 성분들을 더해야 한다. 우리가 셀 수 있는 것보다 많은 성분을 어떻게 더할 수 있는가? 그 답은 적분을 통하여 더할 수 있다는 것이다.

실제로 계산하기. (구체적인 것만을 보지 않고 일반적인 과정에 유의하면서) 이 모든 것을 해보자. 그림 22-11에 나타난 전하요소를 임의로 선택한다. 그 (혹은 다른) 요소 dq 에 대한 호의 길이를 ds 라고 하자 그러면 (단

표 22-1 전하의 표기법

이름	기호	SI 단위
전하	q	C
선전하밀도	λ	C/m
면전하밀도	σ	C/m ²
부피전하밀도	ρ	C/m ³

위길이당 전하인) 선전하밀도 λ 를 이용하면 다음을 얻는다.

$$dq = \lambda ds. \quad (22-10)$$

요소의 전기장. 이 전하요소는 그림 22-11에 나타난 것처럼 요소로부터 거리 r 떨어진 P 에서 미소전기장 $d\vec{E}$ 를 만든다. (여기서 문제에서 주어지지 않은 새로운 기호를 도입하였지만, 곧 이것은 “적절한 기호”로 바꿀 것이다.) 다음으로 새로운 기호인 dE 와 dq 로 한 입자에 대한 전기장의 식(식 22-3)을 다시 쓰고, 식 22-10을 이용하여 dq 를 바꿀 것이다. 전하요소에 의한 전기장의 크기는 다음과 같다.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (22-11)$$

주목할 것은 새로 도입한 기호 r 은 그림 22-11에 나타난 직각삼각형의 빗변이다. 따라서 r 을 바꾸어 식 22-11을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)}. \quad (22-12)$$

모든 전하요소는 전하가 같고 점 P 로부터 같은 거리에 있으므로 식 22-12는 각 요소가 만들어낸 전기장의 크기를 나타낸다. 그림 22-11에서 보면 또한 $d\vec{E}$ 의 각 성분은 중심축(z 축)에 대해 각도 θ 만큼 기울어져 있고, 따라서 이 축에 대한 수직, 수평 성분이 있다.

상쇄되는 성분. 이제 이 성분들 중 하나를 없애는 깔끔한 방법이 있다. 그림 22-11에서 고리의 반대편에 있는 전하요소를 고려하자. 이것 또한 전기장의 크기 dE 를 주지만, 이 벡터는 처음의 전하요소에서 얻은 벡터와는 반대 방향으로 각도 θ 만큼 기울어져 있고, 이것을 옆에서 본 그림이 그림 22-12이다. 따라서 두 수직 성분은 상쇄된다. 고리를 전부 둘러 가면서 각 전하요소에 대해 고리 반대편에 있는 대칭적인 짝에 대해 항상 상쇄가 일어난다. 그러므로 수직성분은 모두 무시할 수 있다.

성분 더하기. 여기에 또 하나의 장점이 있다. 남은 모든 성분은 양의 축 z 방향을 향하므로, 스칼라처럼 더하기만 하면 된다. 따라서 P 에서 알짜 전기장의 방향은 고리에서 멀어지는 방향이라는 것을 알 수 있다. 그림 22-12로부터 각 평행성분의 크기는 $dE \cos \theta$ 인 것을 알지만, θ 역시 도입되지 않은 양이다. 이는 $\cos \theta$ 를 그림 22-11에 있는 직각삼각형을 다시 이용하여 도입된 양으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}. \quad (22-13)$$

식 22-12에 식 22-13을 곱하면 각 전하요소의 평행성분을 얻는다.

$$dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z\lambda}{(z^2 + R^2)^{3/2}} ds. \quad (22-14)$$

적분. 각각의 작은 성분들을 수없이 많이 더해야 하기 때문에 ($s = 0$ 으로

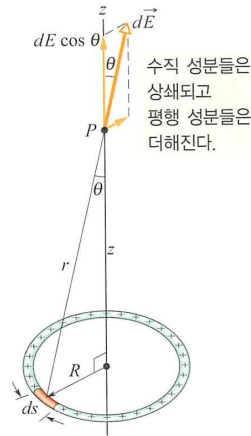


그림 22-11 균일한 양전하 고리. 전하의 미분요소는 길이 ds (그림에서는 설명을 위하여 과장하여 크게 그렸음)를 차지한다. 미분요소는 점 P 에 전기장 $d\vec{E}$ 를 만든다.

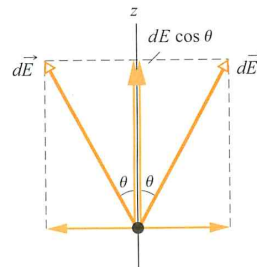


그림 22-12 전하요소와 (고리의 반대편에 있는) 대칭적 짝에 의해 P 에서 만들어진 전기장. z 축에 수직인 성분은 상쇄되고, 평행성분은 더해진다.

개념 POINT

정한) 시작점에서 ($s = 2\pi R$ 인) 원을 한 바퀴 돌면서 해당되는 요소들을 고리를 따라 움직이면서 적분해야 한다. 요소를 지나면서 s 라는 양만 변할 뿐 식 22-14의 다른 기호들은 같으므로, 이들은 적분 바깥으로 내보낸다. 그러면 다음을 얻는다.

$$E = \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds$$

$$= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (22-15)$$

이것은 좋은 답이지만 $\lambda = q/(2\pi r)$ 을 이용하여 전체전하로 바꿀 수 있다.

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{대전된 고리}). \quad (22-16)$$

고리의 전하가 양이 아니고 음이라면 점 P 에서 전기장의 크기는 식 22-16과 같으며 변하는 것은 단지 전기장 벡터가 고리 밖을 향하는 대신에 고리 안을 향한다는 것뿐이다.

식 22-16을 $z \gg R$ 인 중심축의 한 점에 대해서 검토해 보자. 모든 점에 대한 식 22-16에서 $z^2 + R^2$ 은 어렵잡아서 z^2 이 될 수 있으므로 식 22-16은

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (\text{먼 거리의 대전된 고리}) \quad (22-17)$$

로 쓸 수 있다. 먼 거리에서 고리는 점전하처럼 보이기 때문에 이 결과는 타당하다. 식 22-17에서 z 를 r 로 바꾸면 당연히 점전하가 만드는 전기장인 식 22-3과 같다.

또한 고리의 중심에 있는 $z = 0$ 인 점에 대해서 알아보면 식 22-16은 $E = 0$ 이 된다. 이것 역시 타당한 결과이다. 만일 고리의 중심에 시험전하를 놓으면 고리의 서로 반대쪽 요소가 작용하는 알짜 정전기력은 서로 상쇄되기 때문이다. 식 22-1에 따라 힘이 0이라면 고리의 중심에서 전기장은 0이다.

대전된 원판이 만드는 전기장

이제 반지름 R 인 원판의 위 표면에 균일한 표면전하밀도 σ (단위면적당 전하, 표 22-1 참조)가 있을 때를 고려하여 선전하로부터 면전하로 옮겨 가자. 원판은 그 주위에 전기장을 만들어내지만, 여기서는 그림 22-15에 나타나 있듯이 원판의 중심으로부터 거리 z 만큼 떨어진 중심축 위의 임의의 점 P 에서의 전기장만을 고려하자.

앞 단원처럼 위 표면에 있는 이차원 전하분포가 기여하는 전기장을 주는 이차원 적분을 구할 수 있다. 그러나 가는 고리의 중심축 위에서 전기장을 구한 앞 단원의 결과를 이용하면 계산을 간단히 할 수 있다.

그림 22-15에 보였듯이 $r \leq R$ 인 임의의 반지름의 원판 위 고리를 중첩시킨다. 고리는 매우 가늘어서 고리의 전하를 전하요소 dq 로 취급할 수 있다. 점 P 에서 작은 전기장 dE 는 식 22-16을 고리의 전하 dq 와 반지름 r 로 다시 쓸 수 있다.

$$dE = \frac{dq z}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}. \quad (22-22)$$

고리가 만드는 전기장은 z 축의 양의 방향이다.

P 에서 전체 전기장의 구하려면 식 22-22를 $r = 0$ 인 원판 중심에서 $r = R$ 인

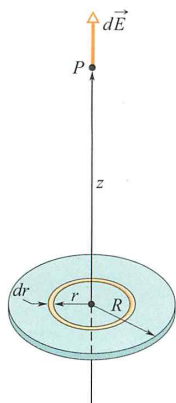


그림 22-15 균일한 양전하를 갖는 반지름 R 의 원판. 그림에서 원형 고리의 반지름은 r 이고 폭은 dr 이다. 원형 고리는 중심축 위의 점 P 에 미소전기장 $d\vec{E}$ 를 만든다.

가장자리까지 적분을 하여 (전체 원판 표면을 임의의 고리로 쓸어버리는 방법으로) 모든 dE 의 기여를 더한다. 그러나 이를 위해서는 고리의 반지름 변수 r 에 대해 적분해야 한다.

식 22-22에서 dq 를 dr 로 바꾸어 대입한다. 고리는 매우 얇으므로 이 두께를 dr 이라고 하자. 그러면 표면적 dA 는 원주 길이 $2\pi r$ 과 두께 dr 의 곱이다. 그러므로 표면전하밀도 σ 를 이용하면 다음을 얻는다.

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr). \quad (22-23)$$

이것을 식 22-22에 대입하고 간단히 하면 모든 dE 를 더할 수 있다.

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr. \quad (22-24)$$

여기서 (z 를 포함한) 상수를 적분 밖으로 내보냈다. 이 적분을 풀기 위해 $\int X^m dX$ 의 형태로 만든다. 여기서 $X = (z^2 + r^2)$, $m = -\frac{3}{2}$, 그리고 $dX = (2r)dr$ 이다. 이 적분을 하면

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1}$$

을 얻으므로, 식 22-24는 다음과 같다.

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R. \quad (22-25)$$

여기서 상한값과 하한값을 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{대전된 원판}). \quad (22-26)$$

이것이 원판의 중심축에 형성된 전기장의 크기이다(적분할 때 $z \geq 0$ 이라고 가정한다).

만약 z 는 유한하다고 하고 $R \rightarrow \infty$ 라고 놓으면, 식 22-26의 괄호 안 두 번째 항은 0에 접근한다. 따라서 위 식은 다음과 같이 간단해진다.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{무한 평면판}). \quad (22-27)$$

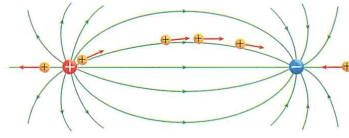
이것은 플라스틱과 같은 부도체의 한쪽 면에 균일한 전하를 갖는 무한 평면판이 만드는 전기장이다. 이때의 전기장선은 그림 22-4와 같다.

또한 R 을 유한하게 놓고 식 22-26에서 $z \rightarrow 0$ 으로 놓아도 식 22-27을 얻을 수 있다. 즉, 유한한 원판에 매우 가까운 곳의 전기장은 원판이 무한히 크고 유한한 거리에서의 전기장과 같다.

2. 전기력선

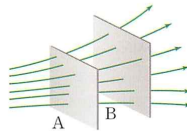
전하 주위의 전기장의 모양을 전기력선으로 나타내면 전기장을 시각적으로 이해할 수 있어 편리하다.

(1) **전기력선**: 전기장을 표현하는 가상의 선으로 한 점에서 접선 방향이 전기장의 방향이 되도록 이은 선이다. 즉, 전기장 내에 (+)전하를 놓았을 때 (+)전하가 받는 전기력의 방향을 연속적으로 이은 선을 전기력선이라고 한다.



▲ 전기력선

- ① 전기력선 위의 한 점에서 그은 접선 방향이 그 점에서의 전기장의 방향이다.
- ② 전기력선에 수직인 단위 면적을 지나는 전기력선의 수는 전기장의 세기에 비례한다. 즉, 전기력선이 조밀할수록 그 위치에서 전기장의 세기가 세다.
- ③ 그림은 면 A, B를 지나는 전기력선을 나타낸 것이다. 이때 전기력선은 각각 다른 방향을 향하고 있으므로, 전기장의 방향은 일정하지 않다. 또 면 A를 지나는 전기력선의 밀도가 면 B를 지나는 전기력선의 밀도보다 더 크므로, 전기장의 세기는 A에서가 B에서보다 세다.



▲ 전기장과 전기력선

전기력선과 전기장의 세기

전하량이 Q 인 전하 주위의 전기장을 전기력선으로 나타내면 전하 Q 로부터 거리 r 인 위치의 같은 면적을 지나는 전기력선의 개수는 $\frac{1}{r^2}$ 에 비례한다. 또 쿨롱 법칙을 이용하여 구한 전기장의 세기도 $\frac{1}{r^2}$ 에 비례한다. 따라서 전기력선의 밀도로 전기장의 세기를 나타낼 수 있다.

(2) 전기력선의 특징

- ① 전기력선은 (+)전하에서 나오고 (-)전하로 들어간다. ➡ 그림 (가), (나), (다), (라)
- ② 전기력선은 중간에 분리되거나 교차되지 않는다.
- ③ 전하량이 클수록 나오거나 들어가는 전기력선의 수가 많다. ➡ 그림 (마)
- ④ 전기력선은 도체 표면에서 수직으로 나오거나 들어가고, 도체 안에는 존재하지 않는다. ➡ 그림 (바), (사), (아)

(가) (+)전하 주위	(나) (-)전하 주위	(다) (+)전하와 (-)전하 주위	(라) 두 (+)전하 주위
(마) 전하량이 다른 두 전하 주위	(바) 평행한 두 금속판 사이	(사) 점전하와 평행 금속판 사이	(아) 금속구 주위

▲ 여러 경우의 전기력선

개념 POINT

III. 가우스 법칙

개념 POINT

1 전기 선속

전기장에 수직인 어떤 단면을 지나는 전기력선의 총 개수를 전기 선속(ϕ)이라고 한다.

그림 (가)는 어떤 영역에 걸쳐 세기와 방향이 균일한 전기장 \vec{E} 를 나타낸 것이다. 이 전기장에 수직인 단면적 \vec{A} 를 지나는 전기 선속 ϕ 는 전기장의 세기 E 와 단면적 A 의 곱으로 정의된다.

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \quad (\text{단위: } \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C})$$

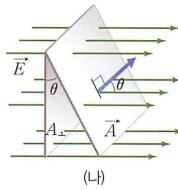
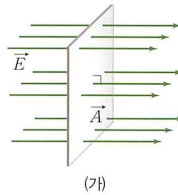
전기장의 세기는 전기력선에 수직인 단위 면적을 지나는 전기력선의 수에 비례하므로, 전기 선속은 전기력선에 수직인 단위 면적을 지나는 전기력선의 수에 비례한다.

그림 (나)와 같이 단면적 \vec{A} 가 전기장 \vec{E} 에 수직하지 않을 경우에는 전기장에 수직인 단면적 A_{\perp} 를 지나는 전기 선속과 단면적 A 를 지나는 전기 선속이 같다.

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$$

따라서 한 폐곡면을 지나는 전기 선속 ϕ 는 다음과 같다.

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



적분 기호 \oint

적분 기호 \oint 는 전 폐곡면을 통해 적분이 이루어진다는 것을 의미한다.

2 가우스 법칙

가우스(Gauss, C. F., 1777~1855, 독일)가 공식화한 가우스 법칙은 쿨롱 법칙의 새로운 형태로, 가우스 법칙에서는 전하 분포를 포함하는 가상의 폐곡면이 핵심이 되며, 이를 가우스 면이라고 한다. 가우스면은 항상 폐곡면이어서 그 면의 내부와 외부의 구별이 명확해야 한다. 가우스 법칙은 가우스면의 전기장 E 와 가우스면 내부의 전하량 q 에만 관계가 있다.

그림과 같이 전하량이 q 인 점전하를 중심으로 하고, 반지름이

r 인 구면을 생각해 보자. 구면에서 전기장의 세기는 $\frac{kq}{r^2}$ 로 일

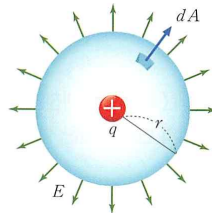
정하고, 방향은 항상 구면에 수직이므로 구면을 지나는 전기 선속 ϕ 는 다음과 같다.

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{kq}{r^2} \oint dA = 4\pi kq$$

이때 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 이므로, $\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$ 에서 $\epsilon_0\phi = q$ 이다.

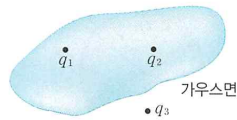
가우스 법칙은 가우스면을 지나는 전기 선속 ϕ 와 가우스면에 의해 둘러싸인 알짜 전하 q 사이의 관계를 나타내는 식이므로, 다음과 같다.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$



가우스 법칙

그림과 같이 점전하 q_1, q_2 가 가우스면 내부에 있고, 점전하 q_3 가 가우스면 외부에 있는 경우를 생각해 보자.



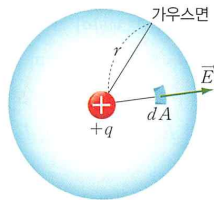
q_3 에서 나와 가우스면으로 들어가는 모든 전기력선은 이 면의 다른 점들을 지나 모두 나가기 때문에 q_3 에 의해 가우스면을 지나는 전기 선속은 0이다. 즉, 가우스면 외부에 있는 전하가 만드는 전기장은 가우스면을 지나는 전기 선속에 기여하지 못한다. 따라서 가우스면 내부에 있는 q_1 에 의한 전기 선속은 $4\pi kq_1$ 이고, q_2 에 의한 전기 선속은 $4\pi kq_2$ 이므로, 이 면을 지나는 알짜 전기 선속 ϕ 는 다음과 같다.

$$\phi = 4\pi k(q_1 + q_2)$$

3 가우스 법칙과 쿨롱 법칙

가우스 법칙과 쿨롱 법칙 모두 전기장과 전하량 사이의 관계를 나타내는 법칙이므로, 각각의 식으로부터 서로를 유도할 수 있어야 한다. 대칭성을 고려하여 가우스 법칙으로부터 쿨롱 법칙을 유도해 보자.

그림과 같이 전하량이 $+q$ 인 점전하를 중심으로 하고, 반지름이 r 인 가우스면을 가정해 보자. 가우스면을 미소 면적 dA 로 나누면 임의의 점에 대한 전기장 \vec{E} 는 미소 면적 dA 에 수직이고 내부에서 외부로 나가는 방향이다. 따라서 가우스 법칙은 다음과 같다.



$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

전기장의 세기는 전하 $+q$ 와의 거리에 따라 변하지만, 반지름이 r 인 가우스면의 모든 점에서 전기장의 세기는 같다. 따라서 E 가 상수이므로, 가우스 법칙은 $\epsilon_0 E \oint dA = q$ 로 나타낼 수 있다. 이때 $\oint dA$ 는 반지름이 r 인 구 표면의 모든 미소 면적의 합과 같으므로, $4\pi r^2$ 이다. 이를 가우스 법칙에 대입하면 가우스 법칙은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

따라서 전기장의 세기 E 는 다음과 같다.

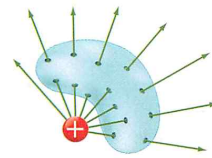
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

만약 가우스면에 전하량이 q' 인 전하가 놓여 있다면 이 전하에 작용하는 전기력 F 는 다음과 같다.

$$F = q'E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} = k \frac{qq'}{r^2} \left(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

이는 쿨롱 법칙을 사용하여 구한 것과 같다. 이와 같이 구 모양의 가우스면을 선택하면 \vec{E} 와 $d\vec{A}$ 는 같은 방향이고, 구면 위의 모든 점에서 전기장의 세기가 같으므로 적분 계산을 간단하게 할 수 있다.

가우스면 외부에 있는 전하에 의한 전기력선

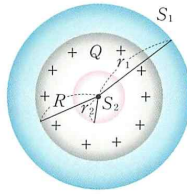


가우스면 외부에 있는 전하에 의한 전기력선은 가우스면의 한 점에 들어가면 다른 점으로 나간다.

개념 POINT

4 가우스 법칙의 응용

- (1) 유전체 구: 그림과 같이 반지름이 R 인 유전체 구에 전체 전하량 Q 가 균일하게 분포하고 있을 때, 구 외부와 구 내부에서 전기장의 세기를 각각 E_1 , E_2 라고 하면, E_1 과 E_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.



- ① 구 외부($r > R$): 반지름이 r_1 인 가우스면 S_1 을 가정해 보자. 이 경우 가우스면 안에 모든 전하가 놓여 있으므로, 마치 공의 중심에 점전하가 있는 것처럼 전기장이 형성된다. 따라서 가우스 법칙은 다음과 같다.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_1 (4\pi r_1^2) = Q$$

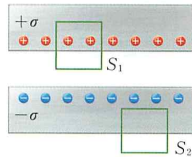
⇒ 구 외부에서 전기장의 세기 $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_1^2}$ 이다.

- ② 구 내부($r < R$): 반지름이 r_2 인 가우스면 S_2 를 가정해 보자. 가우스면 외부에 있는 전하가 만드는 전기장은 가우스면을 지나는 전기 선속에 기여하지 못하므로, 가우스면 내부의 전하량을 Q' 이라고 할 때 가우스 법칙은 다음과 같다.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_2 (4\pi r_2^2) = Q'$$

⇒ 전하량 $Q' = \frac{r_2^3}{R^3} Q$ 이므로, 구 내부에서 전기장의 세기 $E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_2 Q}{R^3}$ 이다.

- (2) 평행한 두 도체판: 그림과 같이 평행한 두 도체판이 각각 전하 밀도 $+\sigma$, $-\sigma$ 로 대전되어 있고, 두 도체판은 서로 마주보는 면에만 전하가 분포한다. 이때 두 도체판 사이와 두 도체판 외부에서 전기장의 세기를 각각 E_1 , E_2 라고 하면, E_1 과 E_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.



- ① 두 도체판 사이: 도체판을 수직으로 뚫는 단면적이 A 인 정육면체 모양의 가우스면 S_1 을 가정해 보자. 이 경우 윗면, 윗면, 아랫면으로 구분하여 생각하면 다음과 같다.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} + \epsilon_0 \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} + \epsilon_0 \oint \vec{E}_3 \cdot d\vec{A}$$

이때 가우스면의 윗면은 \vec{E}_1 과 $d\vec{A}$ 가 서로 수직이므로 $\vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = 0$ 이고, 윗면은 도체 내부이므로 $E_1 = 0$ 이다. 아랫면은 도체판에 의해 균일한 전기장 E_1 이 형성되므로, 가우스 법칙은 다음과 같다.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_1 A = \sigma A$$

⇒ 평행한 두 도체판 사이에서 전기장의 세기 $E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 이다.

- ② 두 도체판 외부: 도체판을 수직으로 뚫는 단면적이 A 인 정육면체 모양의 가우스면 S_2 를 가정해 보자. 이때 가우스면의 윗면은 \vec{E}_2 와 $d\vec{A}$ 가 서로 수직이므로 $\vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = 0$ 이고, 윗면은 도체 내부이므로 $E_2 = 0$ 이다. 도체판에서 서로 마주보는 면에만 전하가 분포하므로, 아랫면에는 전하가 분포하지 않는다. 따라서 가우스 법칙은 다음과 같다.

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_2 A = 0$$

⇒ 평행한 두 도체판 외부에서 전기장의 세기 $E_2 = 0$ 이다.

개념 POINT

전하 밀도 σ

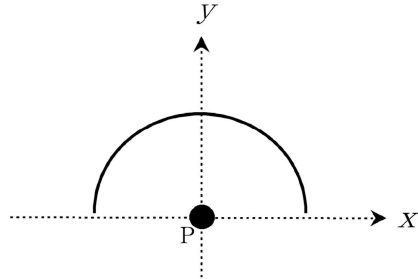
단위 면적당 전하량을 전하 밀도 σ 라고 한다.

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

■ 변리사 기출문제

1. [2005년 변리사] (중) - 전기장

길이가 L 인 가는 도선에 총 전하량 Q 가 균일하게 분포되어 있다. 이 도선으로 그림과 같이 평면에서 반원을 만들었을 때, 반원의 중심P(즉 xy 평면의 원점)에서의 전기장을 올바르게 표현한 것은? (단, \hat{y} 는 y 축 방향의 단위벡터를 나타낸다.)¹⁾



- ① $-\frac{Q}{2\epsilon_0 L^2} \hat{y}$ ② $\frac{Q}{2\epsilon_0 L^2} \hat{y}$ ③ $-\frac{Q}{4\epsilon_0 L^2} \hat{y}$ ④ $\frac{Q}{4\epsilon_0 L^2} \hat{y}$ ⑤ 0

개념 POINT

2. [2010년 변리사] (중) - 가우스 법칙

면전하밀도가 σ 인 금속구가 진공 중에 놓여 있다. 이 금속구 표면의 바로 바깥쪽에서의 전기장의 방향과 크기로 바르게 짝지은 것은? (단, 진공의 유전율은 ϵ_0 이고 금속구는 반경이 충분히 커서 표면을 평면으로 근사가 가능하며 정전기적 평형상태에 있다.)²⁾

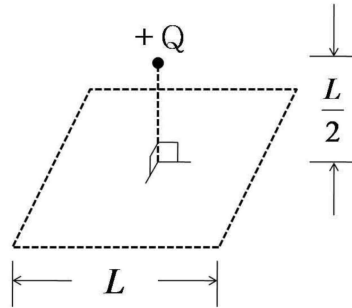
- ① 방향 : 금속구 표면과 나란한 방향, 크기 : $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- ② 방향 : 금속구 표면과 나란한 방향, 크기 : $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- ③ 방향 : 금속구 표면과 나란한 방향, 크기 : $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- ④ 방향 : 금속구 표면에 수직인 방향, 크기 : $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- ⑤ 방향 : 금속구 표면에 수직인 방향, 크기 : $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

개념 POINT

3. [2011년 변리사] (중) - 가우스 법칙

그림과 같이 공기 중에 전하량 $+Q$ 인 점전하와 한 변의 길이가 L 인 가상의 정사각형이 있다. 점전하와 정사각형의 중심 사이의 거리가 $L/2$ 일 때, 이 정사각형 내부를 통과하는 전기장 선속(또는 전기장 다발)의 크기는? (단, 공기의 유전율은 ϵ_0 이다.)³⁾

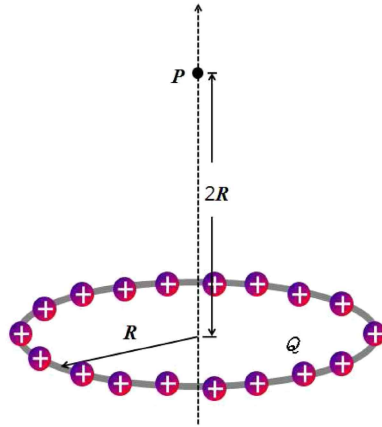
개념 POINT



- ① $\frac{Q}{8\epsilon_0}$ ② $\frac{Q}{6\epsilon_0}$ ③ $\frac{Q}{4\epsilon_0}$ ④ $\frac{Q}{2\epsilon_0}$ ⑤ $\frac{Q}{\epsilon_0}$

4. [2013년 변리사] (상) - 전기장

반지름이 R 인 원형고리에 전하량 Q 가 균일하게 분포해 있다. 원의 중심을 지나는 대칭축을 따라 중심점에서 $2R$ 만큼 떨어진 P 점에서 전기장의 크기는? (단, 쿨롱상수는 k 로 표기한다.)⁴⁾

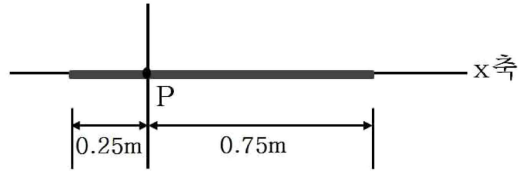


- ① $\frac{\sqrt{3}}{12} \frac{kQ}{R^2}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{12} \frac{kQ}{R^2}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{15} \frac{kQ}{R^2}$ ④ $\frac{2\sqrt{5}}{25} \frac{kQ}{R^2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{25} \frac{kQ}{R^2}$

개념 POINT

5. [2014년 변리사] (상) = 전기장

그림과 같이 균일하게 대전되어 있는 가는 막대가 x축을 따라 놓여 있다. 이 막대의 길이는 $1m$ 이고 단위길이 당 전하(전하밀도)는 $3C/m$ 이다.



막대 왼쪽 끝으로부터 $0.25m$ 떨어진 P점에서 전기장의 크기는?5)

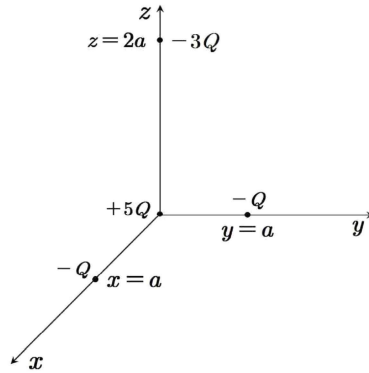
(단, 쿨롱상수는 $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2$ 이다.)

- ① $2.7 \times 10^{10} N/C$ ② $3.6 \times 10^{10} N/C$ ③ $5.4 \times 10^{10} N/C$
 ④ $7.2 \times 10^{10} N/C$ ⑤ $8.1 \times 10^{10} N/C$

개념 POINT

6. [2018년 변리사] (하) - 가우스 법칙

그림과 같이 진공인 3차원 공간상의 네 지점에 각각 $+5Q$, $-Q$, $-Q$, $-3Q$ 의 전하가 놓여 있다. 중심이 원점에 있고 한 변의 길이가 $3a$ 인 정육면체 가우스(Gauss) 면을 통과하는 알짜 전기선속(electric flux)은? (단, 진공의 유전율은 ϵ_0 이다.)⁶⁾

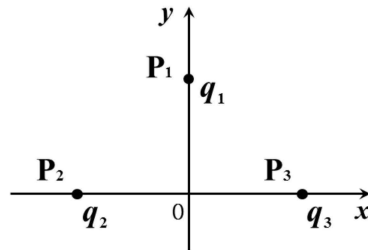


- ① $-\frac{5Q}{\epsilon_0}$ ② $-\frac{3Q}{\epsilon_0}$ ③ 0 ④ $+\frac{3Q}{\epsilon_0}$ ⑤ $+\frac{5Q}{\epsilon_0}$

개념 POINT

7. [2019년 변리사] (중) - 전기장

그림과 같이 전하량이 q_1, q_2, q_3 인 점전하가 xy 평면상의 세 점 P_1, P_2, P_3 에 고정되어 있다. 원점에서 세 점전하에 의한 전기장의 방향은 $+y$ 방향이다. P_1, P_2, P_3 의 좌표는 $(0, d), (-d, 0), (d, 0)$ 이고 q_3 은 양(+)전하이다.



이에 관한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?㉠

<보기>

ㄱ. q_1 은 양(+)전하이다.

ㄴ. q_2 는 양(+)전하이다.

ㄷ. 전하량은 q_2 와 q_3 이 같다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

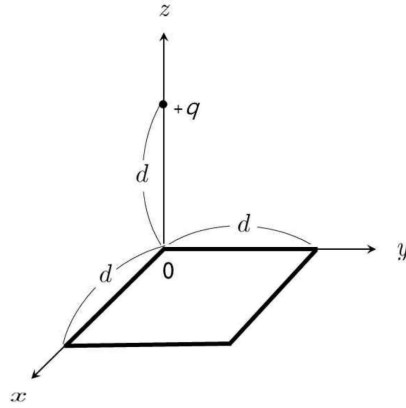
④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

개념 POINT

8. [2021년 변리사] (중) - 가우스 법칙

그림과 같이 xy 평면의 일부분면에 놓인 한 변의 길이가 d 인 정사각형의 한 꼭짓점은 원점에 있고, 점전하 $+q$ 는 원점에서 d 만큼 떨어져 z 축 상에 고정되어 있다. 정사각형을 통과하는 전기선속(electric flux)은? (단, ϵ_0 은 진공의 유전율이다.)⁸⁾



① $\frac{q}{2\epsilon_0}$

② $\frac{q}{3\epsilon_0}$

③ $\frac{q}{6\epsilon_0}$

④ $\frac{q}{12\epsilon_0}$

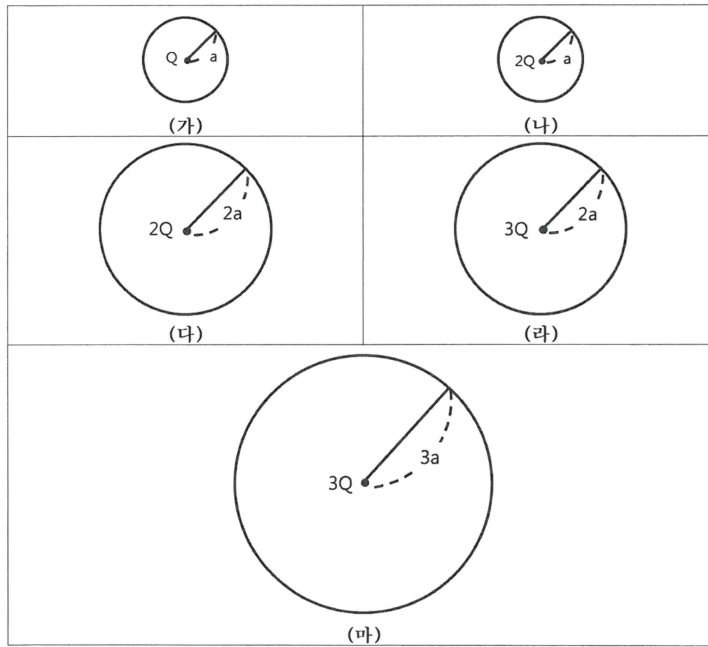
⑤ $\frac{q}{24\epsilon_0}$

개념 POINT

9. [2025년 변리사] (하) - 가우스 법칙

그림(가) ~ (마)와 같은 반지름과 전하를 가진 공들의 밖에서 전하에 의한 총 전속(electric Flux)의 대소 비교로 옳은 것은? (단, 전하량 Q 는 0보다 크다.)⁹⁾

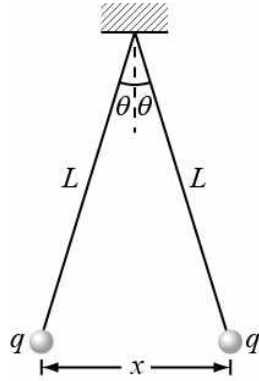
개념 POINT



- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| ① (가) < (나) = (다) < (라) = (마) | ② (가) < (나) < (다) < (라) < (마) |
| ③ (가) < (나) = (다) < (마) < (라) | ④ (가) < (나) < (다) = (마) < (라) |
| ⑤ (가) < (다) < (나) < (라) < (마) | |

■ 개념확인문제

10. 그림처럼 동일한 질량 m 과 동일한 전하 q 를 갖는 두 개의 조그만 도체 공이 길이 L 인 부도체의 실에 매달려 있다. θ 가 아주 작은 값이라고 가정하면 $\tan\theta$ 는 $\sin\theta$ 로 어림할 수 있다. 평형상태에서 x 를 구하여라¹⁰⁾

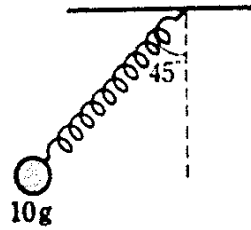


개념 POINT

11. 전하 Q 를 q 와 $Q-q$ 로 나누어져 임의의 거리만큼 떨어져 있다. 두 입자 사이의 척력이 최대값을 가지는 q 를 Q 의 함수로 구하라.¹¹⁾

개념 POINT

12. 한쪽 끝이 천정에 매달려 있는 용수철의 다른 끝에 질량 10g 의 추를 매달았더니 용수철의 길이가 2cm 늘어났다. 이 물체를 대전시키고 수평 방향으로 전기장을 가하였더니 그림과 같이 용수철이 연직방향과 45° 기울어진 후 정지하였다. 중력 가속도를 9.8m/s^2 으로 하고, 물음에 답하라.¹²⁾



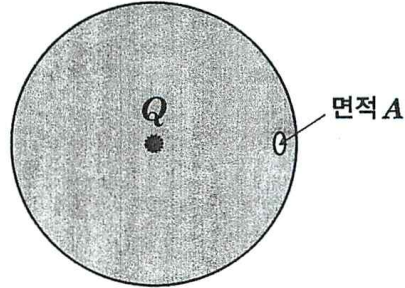
- (1) 이 물체에 작용하는 전기력을 구하라.
- (2) 이 때 용수철이 원래의 길이로부터 늘어난 길이를 구하라.

개념 POINT

13. 그림과 같이 표면 전하 밀도 σ 로 균일하게 대전된 반지름 R 인 구 껍질에 면적 A 의 작은 구멍이 뚫려있다. 구 껍질의 중심에 놓여 있는 전하 Q 가 받는 힘에 대해 옳게 설명한 것은? (단, σ 와 Q 는 양(+))의 값이다.)¹³⁾

개념 POINT

표면전하밀도 σ 의 구껍질



- ① 구멍 반대 방향으로 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\sigma A}{R^2}$ 의 힘을 받는다
- ② 구멍 방향으로 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\sigma A}{R^2}$ 의 힘을 받는다.
- ③ 구멍 반대 방향으로 $\frac{Q\sigma}{\epsilon_0}$ 의 힘을 받는다.
- ④ 구멍 방향으로 $\frac{Q\sigma}{\epsilon_0}$ 의 힘을 받는다.
- ⑤ 힘을 받지 않는다.

14. 정지해 있는 점 전하로부터 r 만큼 거리가 떨어져 있는 곳의 전기장의 세기가 E_0 이다. 전기장의 세기가 $(1/3)E_0$ 되는 곳의 거리는?¹⁴⁾

개념 POINT

① $\sqrt{\frac{1}{3}} r$

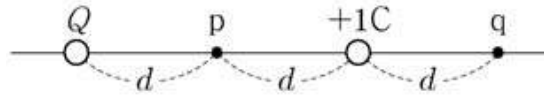
② $\frac{1}{3} r$

③ $3 r$

④ $\sqrt{3} r$

⑤ $9 r$

15. 그림과 같이 전하량이 각각 Q , $+1C$ 인 두 점전하가 거리 $2d$ 만큼 떨어져 고정되어 있다. 전기장의 방향은 점 p , q 에서 서로 같고, 전기장의 세기는 p 에서가 q 에서의 4배이다.



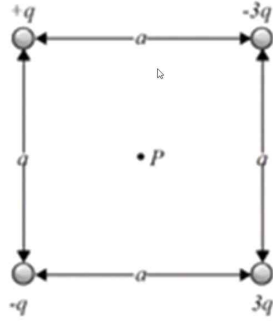
Q 는? ¹⁵⁾

- ① $-16C$ ② $-12C$ ③ $+9C$ ④ $+12C$ ⑤ $+16C$

개념 POINT

16. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 꼭지점에 전도성 공이 놓여 있고 각각이 표시된 대로 대전되어 있다. 이 때 정사각형의 중심 P 에서 전기장의 세기는? ¹⁶⁾

개념 POINT

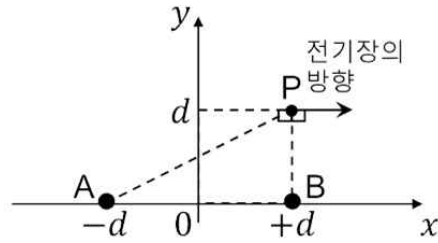


- ① $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{2} \frac{q}{a^2}$
- ② $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\sqrt{2} \frac{q}{a^2}$
- ③ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} 4\sqrt{2} \frac{q}{a^2}$
- ④ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} 6\sqrt{2} \frac{q}{a^2}$
- ⑤ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} 8\sqrt{2} \frac{q}{a^2}$

17. 시계의 면에 전하 $-q, -2q, -3q, \dots, -12q$ 를 대응되는 숫자에 고정시킨다. 시계바늘은 점전하가 만든 전기장을 변화시키지 않는다고 할 때 어느 시각에 시침 바늘이 숫자판의 중앙에서의 전기장과 같은 방향으로 향하는가?¹⁷⁾

개념 POINT

18. 그림과 같이 점전하 A와 B가 x 축 상에 고정되어 있다. A의 전하량의 크기는 q 이다. 점 P에는 A와 B에 의해 $+x$ 방향의 전기장이 형성되어 있다. 물음에 답하시오. (단, 진공에서의 유전율은 ϵ_0 이다.)¹⁸⁾

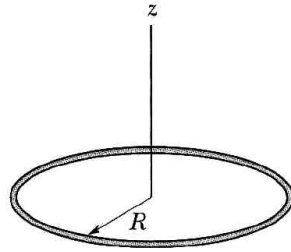


- (1) P에서의 전기장의 크기를 구하시오.
- (2) B의 전하의 종류와 전하량의 크기를 쓰시오.

개념 POINT

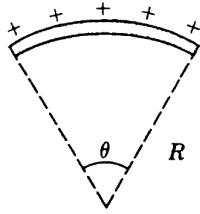
19. 그림과 같이 반지름이 R 인 원형 고리에 전하 $+q$ 가 균일하게 분포해 있다. 다음 물음에 답하시오.¹⁹⁾

개념 POINT



- (1) 원형 고리로부터 수직으로 z 만큼 떨어진 점 P 에서 전기장의 세기를 구하시오.
- (2) $z \ll R$ 일 때, P 점에서 전기장의 세기를 구하시오.

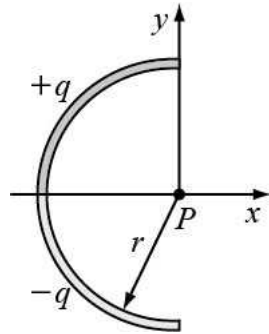
20. 선전하 밀도 λ 로 대전된 막대를 구부려서 그림과 같이 반지름 R 의 원호를 만들었다.20)



- (1) 중심에서 전기장의 세기는 얼마인가?
 (2) (1)의 결과를 이용하여 λ 로 균일하게 대전된 반원 고리의 중심에서 전기장을 구하라.

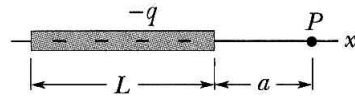
개념 POINT

21. 그림처럼 유리막대를 구부려서 반지름 r 의 반원을 만들었다. $+q$ 의 전하는 위쪽 절반에 분포하고, $-q$ 의 전하는 아래쪽 절반에 분포한다. 반원의 중심인 점 P 에서 전기장 \vec{E} 의 (1) 크기와 (2) 방향은 각각 무엇인가?²¹⁾



개념 POINT

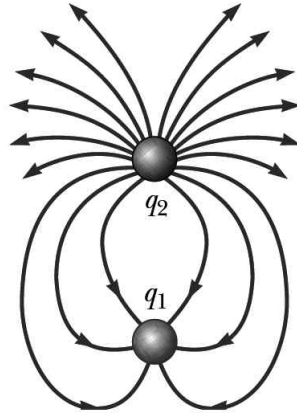
22. 그림에서 길이 L 의 부도체 막대에 전하 $-q$ 가 균일하게 분포한다. 점 P 는 막대의 끝으로 부터 거리 a 에 있다.²²⁾



- (1) 막대의 선전하 밀도는 얼마인가?
- (2) 점 P 에서 전기장의 크기와 방향은 각각 무엇인가?
- (3) $a \gg L$ 인 경우 점 P 에서 전기장은 어떤 값에 가까워지는가?

개념 POINT

23. 그림은 가까이 놓인 두 점 전하에 대한 전기력선을 나타낸 것이다.²³⁾

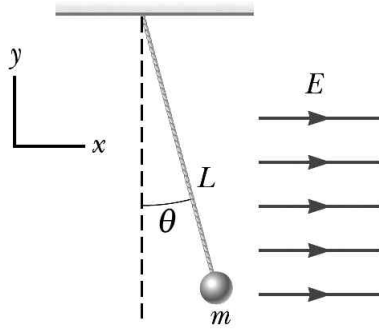


- (1) 전하의 크기비 q_1/q_2 를 구하라.
- (2) q_1 과 q_2 의 부호는 각각 무엇인가?

개념 POINT

24. 질량 m 의 작은 플라스틱 공이 그림과 같이 길이 L 의 실에 매달려 균일한 전기장 속에 놓여 있다. 실의 각도가 θ 가 될 때 공이 균형을 이루어 정지한다면, 공의 알짜 전하는 얼마인가?²⁴⁾

개념 POINT



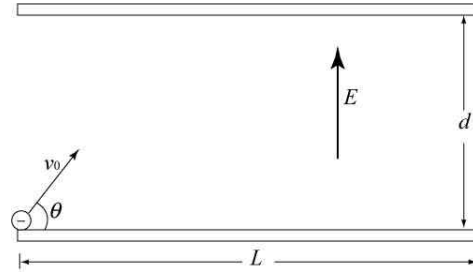
25. 균일한 전기장 E 에서 질량 m , 전하량 q 인 물체가 정지상태로부터 가속되어 거리 d 만큼 이동하는데 걸리는 시간은? ²⁵⁾

개념 POINT

26. 질량 m , 전하량 q 의 입자를 진공 중에서 자유 낙하시켜 h 만큼 낙하했을 때, 연직 상방의 전기장 E 를 걸었더니 다시 $2h$ 만큼 낙하했다가 상승하기 시작했다. 중력가속도를 g 라 할 때, q/m 의 값을 E 와 g 로 나타내시오.²⁶⁾

개념 POINT

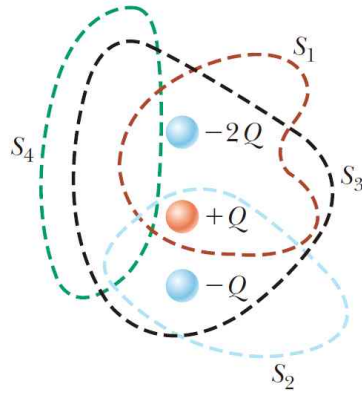
27. 그림에서 아래 판은 양으로 위 판은 음으로 대전된 두 개의 수평판 사이에 균일한 전기장 E 가 연직 위 방향으로 걸려 있다. 두 판의 길이는 L 이고 판 사이의 간격은 d 이다. 아래 판의 왼쪽 끝에서 판 사이로 전자(질량 m , 전하량 e)를 쏜다고 하자. 전자의 처음 속도는 크기가 v_0 이고 아래 판과 θ 의 각을 이룬다. 전자가 위쪽 판에 충돌하기 위한 d 의 최대값을 구하라. L 은 충분히 커서 전자는 극판 사이를 벗어나지 않는다고 가정하라.²⁷⁾



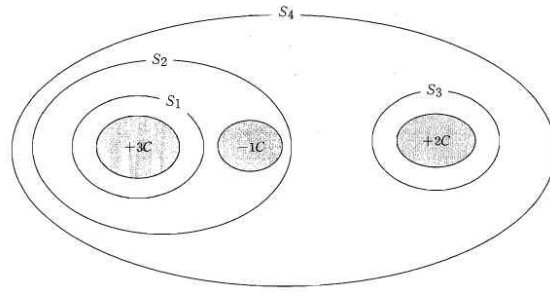
개념 POINT

28. S_1 에서 S_4 까지 네 개의 폐곡면과 크기가 $-2Q$, Q , $-Q$ 인 전하가 그림처럼 놓여 있을 때 (각 선들은 폐곡면과 그림의 평면이 교차하는 부분을 나타냄), 각 면을 통과하는 전기선속을 구하라.²⁸⁾

개념 POINT

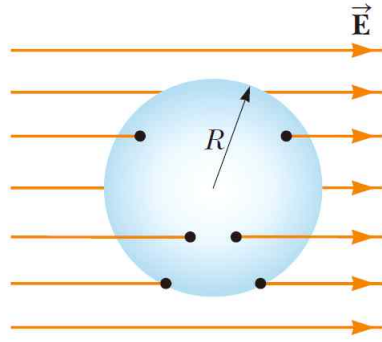


29. 다음 4개의 가우스 면에 대해 전기 선속이 가장 큰 값이 되는 것은? 29)

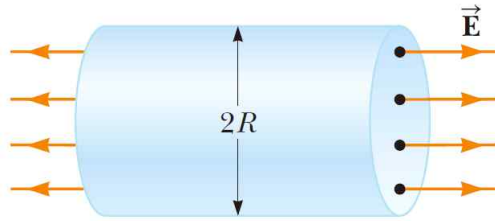


개념 POINT

30. (1) 다음 그림과 같이 균일한 전기장 속의 구를 지나는 알짜 전기력 선속은 얼마인가?³⁰⁾



(2) 다음 그림에서 원통에서 나오는 알짜 전기력 선속은 얼마인가?



(3) (2)의 원통 내부의 전하에 대해 어떤 얘기를 할 수 있는가?

개념 POINT

31. 각 모서리의 길이가 l 인 정육면체의 중심에 크기가 q 인 점 전하가 놓여있다. 근처에 다른 전하가 놓여 있지 않을 경우,³¹⁾

- (1) 정육면체의 각 면을 통과하는 선속을 구하라.
- (2) 정육면체의 전체 면을 통과하는 선속을 구하라.
- (3) 점 전하가 정육면체의 중심에 놓여 있지 않을 경우,
- (1) 또는 (2)의 답 중 어느 것이 변하는가? 설명하라.

개념 POINT

개념 POINT

1) [정답] ①

[해설]

Step 1 : 선전하 밀도 $\lambda = \frac{Q}{L}$ 이다.

Step 2 : 반원의 중심 P에 단위 양전하 $+1C$ 를 놓으면 도선의 각 지점에서 중심 P에 작용하는 전기장들이 y 축에 대하여 대칭이므로 전기장의 x 성분은 모두 상쇄되고 $-y$ 방향 성분만 남게 된다. 반지름이 R 이고 x 축에서 반시계 방향으로 θ 에서 $\theta + d\theta$ 에 해당하는 미소길이 $Rd\theta$ 가 가지는 미소 전하량은 $dQ = \lambda Rd\theta$ 이다.

이때 중심 P에 만드는 미소 전기장 dE 의 y 성분은 $E_y = E \sin \theta$ 이고 $-y$ 축 방향이다.

따라서 $E_y = \int dE \sin \theta = \int_0^\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda Rd\theta}{R^2} \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$ 이고 $\lambda = \frac{Q}{L}$,

$R = \frac{L}{\pi}$ 를 대입하면 $E_y = \frac{Q}{2\epsilon_0 L^2}$ 이므로 단위벡터로 표시하면 $-\frac{Q}{2\epsilon_0 L^2} \hat{y}$ 이다.

2) [정답] ⑤

[해설]

1. 전기장의 방향 분석

- 정전기적 평형상태의 특징 : 도체가 정전기적 평형상태에 있을 때, 도체 내부의 전기장은 항상 0이다.
- 표면조건 : 만약 표면에 나란한 성분의 전기장이 존재한다면, 표면의 자유전자들이 힘을 받아 이동하게 되어 평형상태가 깨지게 되므로 도체 표면 바로 바깥의 전기장은 항상 표면에 수직인 방향이어야 한다.

2. 전기장의 크기 계산(가우스법칙)

문제에서 금속구의 반경이 충분히 커서 표면을 평면으로 근사할 수 있다고 하였다.

- 가우스면 설정: 표면의 일부 면적 A 를 포함하는 작은 원통형 가우스 면을 원통의 한 쪽 밑면은 도체 내부에, 다른 쪽 밑면은 도체 표면 바로 바깥에 위치시킨다.
- 도체 내부: 전기장 $E=0$ 이므로 선속(flux)이 없다.
- 옆면: 전기장의 방향과 가우스 면의 법선벡터가 수직이므로 선속이 0이다.
- 도체 바깥쪽 밑면: 전기장 E 와 면적 A 가 나란하므로 선속은 EA 이다.
- 내부 전하량: 표면 전하밀도가 σ 이므로 $Q_{enc} = \sigma A$ 이다.

따라서 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$ 에서 $EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$ 이므로 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 이다.

3) [정답] ②

[해설]

가우스 법칙 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$ 에 의하면 알짜 전기장 선속(또는 전기장 다발)의 크기는 가우스 면 안에 있는 알짜 전하량에 의하여 결정된다. 문제의 경우 $+Q$ 의 위치를 중심으로 하는 한변의 길이가 L 인 정육면체를 가우스 면으로 잡으면 이 정육면체를 통과하는 총 전기장 선속은 $\frac{Q}{\epsilon_0}$ 이고 문제의 정사각형은 이 정육면체의 한 면이므로 여기를 통과하는 전기장 선속은 $\frac{Q}{6\epsilon_0}$ 이다.

4) [정답] ④

[해설]

반지름이 R 인 고리 전하 Q 로부터 중심축 방향으로 거리가 z 만큼 떨어진 지점의 전기장의 세기는 $E = k \frac{Qz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$ 이므로 $z = 2R$ 을 대입하여 정리하면 $\frac{2\sqrt{5}}{25} \frac{kQ}{R^2}$ 이다.

5) [정답] ④

[해설]

문제 오류

6) [정답] ④

[해설]

가우스 법칙 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$ 에 의하면 좌변의 전하에 의한 알짜 전기선속(electric Flux)은 폐곡면 안의 전하량에만 영향을 받고 반지름의 크기나 모양과는 무관하다. 따라서 중심이 원점에 있고 한 변의 길이가 $3a$ 인 정육면체 가우스(Gauss)면 안에 있는 전하량은 그림에 따르면 원점의 $+5Q$, $x=a$ 에서의 $-Q$, $y=a$ 에서의 $-Q$ 만 포함되고 $z=2a$ 의 $-3Q$ 는 포함되지 않는다. 따라서 $Q_{enc} = (+5Q) + (-Q) + (-Q) = +3Q$ 이므로 알짜 전기선속은 $+\frac{3Q}{\epsilon_0}$ 이다.

7) [정답] ⑤

[해설]

원점에 단위 양전하 $+1C$ 를 놓았을 때 q_1, q_2, q_3 의 부호에 따라 받는 전기장을 각각 합성하여 원점에서의 합성 전기장이 $+y$ 방향이 가능한지 확인한다.

q_1	q_2	q_3	합성 전기장
+	+	+	불가능
+	-	+	불가능
-	+	+	가능
-	-	+	불가능

일단 가능한 경우는 q_1 은 음(-)전하이므로 q_2 는 양(+)전하인 경우이며 q_2 와 q_3 의 전하량이 같아야 x 축 방향 전기장이 0이 되어 합성 전기장이 $+y$ 방향으로 가능하다. 따라서 다음과 같다.

ㄱ. q_1 은 양(+)전하이므로. (거짓)

ㄴ. q_2 는 양(+)전하이므로. (참)

ㄷ. 전하량은 q_2 와 q_3 이 같다. (참)

8) [정답] ⑤

[해설]

가우스 법칙 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$ 에 의하면 알짜 전기장 선속(또는 전기장 다발)의 크기는 가우스 면 안에 있는 알짜 전하량에 의하여 결정된다. 문제의 경우 $+q$ 의 위치를 중심으로 하는 한 변의 길이가 $2a$ 인 정육면체를 가우스 면으로 잡으면 이 정육면체를 통과하는 총 전기장 선속은 $\frac{q}{\epsilon_0}$ 이고 문제의 정사각형은 이 정육면체의 모든 면의 $\frac{1}{24}$ 이므로 여기를 통과하는 전기장 선속은 $\frac{Q}{24\epsilon_0}$ 이다.

9) [정답] ①

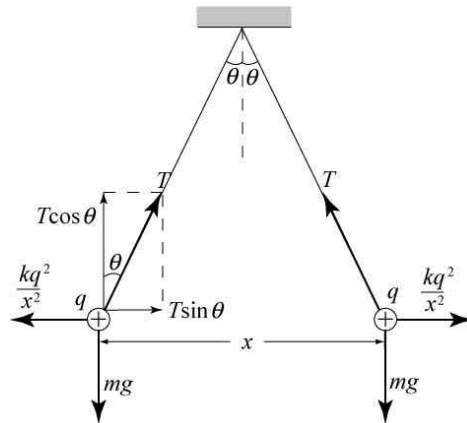
[해설]

가우스 법칙 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$ 에 의하면 좌변의 전하에 의한 총 전속(electric Flux)은 폐곡면 안의 전하량에만 영향을 받고 반지름의 크기나 모양과는 무관하다. 따라서 총 전속의 대소는 폐곡면 안의 전하량에 따라 결정되므로 (가) < (나) = (다) < (라) = (마) 이다.

10) [정답] 풀이 참조

[해설]

각각의 전하는 중력, 장력, 전기력의 세 힘을 받아서 평형 상태에 있다.



그림과 같이 장력을 수평 성분과 연직 성분으로 분해하면 힘 평형식은

$$T \sin \theta = \frac{kq^2}{x^2} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$T \cos \theta = mg \quad \dots \textcircled{2}$$

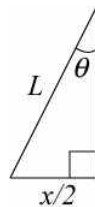
① ÷ ②를 하면

$$\tan \theta = \frac{kq^2}{mgx^2} \Rightarrow x^2 \tan \theta = \frac{kq^2}{mg}$$

$$\text{이 식에 } \tan \theta \approx \sin \theta = \frac{x}{2L}$$

을 대입하면

$$\frac{x^3}{2L} = \frac{kq^2}{mg} \Rightarrow x = \left(\frac{2kq^2L}{mg} \right)^{1/3} = \left(\frac{q^2L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$



11)

[정답] $Q/2$

[해설] 두 전하 사이의 힘은 $F = k \frac{q(Q-q)}{r^2}$

이다. 분자에 산술 평균과 기하 평균 사이의 관계를 적용하면

$$\frac{q+(Q-q)}{2} \geq \sqrt{q(Q-q)} \Rightarrow q(Q-q) \leq \frac{Q^2}{4}$$

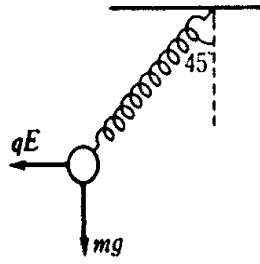
에서 $q(Q-q)$ 는 $q = Q - q$ 즉, $q = Q/2$ 일 때 최대값 $Q^2/4$ 를 갖는다.

12)

[정답] (1) $9.8 \times 10^{-2} \text{ N}$ (2) $2\sqrt{2} \text{ cm}$

[해설] (1) 그림과 같이 중력과 전기력의 크기가 같아야 용수철이 연직 방향과 45.의 각을 이

를 수 있다.



(2) 용수철 상수 k 는 $F=kx$ 에서

$$k = \frac{F}{x} = \frac{9.8 \times 10^{-2}}{2} = 4.9 \times 10^{-2} (\text{N/cm})$$

$$F = \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2} = \sqrt{(9.8 \times 10^{-2})^2 + (9.8 \times 10^{-2})^2} = 9.8\sqrt{2} \times 10^{-2} (\text{N})$$

$$x = \frac{F}{k} = \frac{9.8\sqrt{2} \times 10^{-2}}{4.9 \times 10^{-2}} = 2\sqrt{2} (\text{cm})$$

13) [정답] ② 구멍 방향으로 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\sigma A}{R^2}$ 의 힘을 받는다.

[해설] 중첩원리에 의해 구멍의 전하가 가해주는 힘과 크기가 같고 반대방향의 힘을 가해준다.

14) [정답] ④ $\sqrt{3}r$

[해설]

점전하에 의한 전기장이 거리의 제곱에 반비례 하므로

$r' = \sqrt{3}r$ 인 곳에서 전기장이 $\frac{1}{3}$ 배가 된다.

15) [정답] ③ $Q = +9C$

[해설]

p, q에서 두 점전하에 의한 전기장의 세기를 각각 E_p , E_q 라고 하면, $E_p = \frac{kQ}{d^2} - \frac{k}{d^2}$ 이고,

$E_q = \frac{kQ}{9d^2} + \frac{k}{d^2}$ 이다. 전기장의 방향은 p, q에서 서로 같고, $E_p = 4E_q$ 이므로

$\frac{kQ}{d^2} - \frac{k}{d^2} = 4\left(\frac{kQ}{9d^2} + \frac{k}{d^2}\right)$ 에서 $\frac{5kQ}{9d^2} = \frac{5k}{d^2}$ 이다. 따라서 $Q = +9C$ 이다.

16) [정답] ③ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} 4\sqrt{2} \frac{q}{a^2}$

[해설]

P점에서 $+q$ 와 $-q$ 에 의한 전기장의 합은 연직 아래 방향이며 그 크기는

$$|\vec{E}_q + \vec{E}_{-q}| = 2 \left\{ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(a/\sqrt{2})^2} \right\} \cos 45^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

P점에서 $+3q$ 와 $-3q$ 에 의한 전기장의 합은 연직 위 방향이며 그 크기는

$$|\vec{E}_{3q} + \vec{E}_{-3q}| = 2 \left\{ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{(a/\sqrt{2})^2} \right\} \cos 45^\circ$$

$$= 6\sqrt{2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

개념 POINT

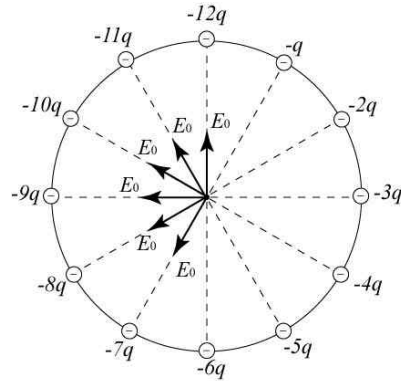
위의 두 전기장이 서로 반대 방향이므로 전체 전기장의 크기는

$$E_P = (6\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 4\sqrt{2} \frac{q}{a^2}$$

이다.

17) [정답] 9시 30분

[해설] 마주보고 있는 전하의 크기는 항상 $6q$ 씩 차이가 난다.



그림과 같이 $-q$ 와 $-7q$ 에 의한 전기장의 합을 E_0 라 하면, 나머지 5개의 마주보고 있는 전하 쌍의 합성 전기장도 각각 E_0 이다. 전체 합성 전기장은 대칭성에 의해 9시 30분 방향을 가리킨다.

18)

[정답] (1) $\frac{q}{10\sqrt{5}\pi\epsilon_0 d^2}$ (2) 음전하 $\frac{q}{5\sqrt{5}}$

[해설]

y 방향의 전기장이 없으므로 $E_{A,y} + E_{B,y} = 0$ 이다.

$$k \frac{qd}{(\sqrt{5}d)^3} + k \frac{q_B}{d^2} = 0 \text{ 에서 } q_B = -\frac{q}{5\sqrt{5}}$$

P에서 전기장은 x 방향이며, A에 의한 전기장의 x 성분만 남게 되므로

$$E_P = k \frac{q}{(\sqrt{5}d)^3} (2d) = \frac{q}{10\sqrt{5}\pi\epsilon_0 d^2}$$

19) [정답] (1) $E = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

(2) $E = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

[해설]

(1) 두 전하 모두 양전하로 되어 있으므로 $(0, a)$ 인 곳에서 두 전하가 만드는 전기장이 같은 방향이다.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q}{(a-d)^2} + \frac{q}{(a+d)^2} \right\} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left\{ \left(1 - \frac{d}{a}\right)^{-2} + \left(1 + \frac{d}{a}\right)^{-2} \right\} \\ &\simeq \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left\{ \left(1 + 2\frac{d}{a}\right) + \left(1 - 2\frac{d}{a}\right) \right\} \\ &= \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

$$(2) E = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{(a^2 + d^2/4)^{3/2}} \simeq \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

20) [정답] (1) $\frac{2k\lambda \sin(\theta/2)}{R}$ (2) $\frac{2k\lambda}{R}$

[해설]

$$(1) E = \int dE \cos\phi = \int_{-\theta/2}^{\theta/2} \frac{k\lambda R d\phi}{R^2} \cos\phi$$

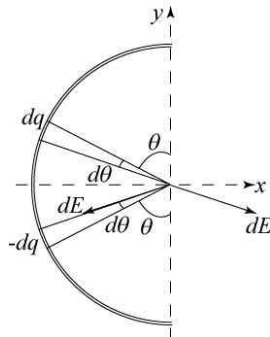
$$= \frac{2k\lambda \sin(\theta/2)}{R}$$

(2) $\theta = \pi$ 이면 $E = \frac{2k\lambda}{R}$ 이다.

21) [정답] (1) $\frac{q}{\pi^2 \epsilon_0 r^2}$ (2) $-y$ 축 방향

[해설]

(1) 다음 그림과 같이 $+y$ 축 방향으로부터 θ 와 $\theta + d\theta$ 사이의 각을 이루는 부분에 있는 미소 전하 dq 에 의한 전기장은 $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{qd\theta}{2\pi^2 \epsilon_0 r^2}$



그림과 같이 $-y$ 축으로부터 같은 각도 범위에 있는 전하 $-dq$ 에 의한 전기장을 고려하면, x 축 방향의 전기장은 상쇄되고 y 축 방향 전기장은

$$dE_y = 2dE \cos\theta = \frac{q}{\pi^2 \epsilon_0 r^2} \cos\theta d\theta$$

따라서, 전체 전기장은

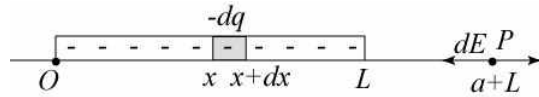
$$E_y = \int_0^{\pi/2} \frac{q}{\pi^2 \epsilon_0 r^2} \cos\theta d\theta = \frac{q}{\pi^2 \epsilon_0 r^2}$$

(2) 방향은 $-y$ 축 방향이다.

22) [정답] (1) $-\frac{q}{L}$ (2) $-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(a+L)} \hat{i}$ (3) $-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \hat{i}$

[해설] (1) $\lambda = -\frac{q}{L}$

(2) 그림과 같이 좌표축을 잡으면 x 와 $x+dx$ 사이의 미소 전하 $-dq = -\frac{q}{L} dx$ 가 P 점에 만드는 미소 전기장은



개념 POINT

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(a+L-x)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L(a+L-x)^2} dx$$

전체 전기장은

$$\begin{aligned} E &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L} \int_0^L \frac{1}{(a+L-x)^2} dx \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L} \left[\frac{1}{a+L-x} \right]_0^L = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(a+L)} \end{aligned}$$

방향은 $-x$ 축 방향이다.

$$(3) \ a \gg L \text{ 이면 } E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

가 되어 점전하 전기장이 된다.

23) [정답] (1) $-\frac{1}{3}$ (2) q_1 은 음전하, q_2 는 양전하.

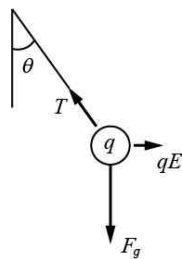
[해설] (1) q_2 에서 나오는 전기력선이 q_1 의 3배이므로

$$q_1/q_2 = -\frac{1}{3}$$

(2) 전기력선이 나오는 q_2 가 양전하, 전기력선이 들어가는 q_1 이 음전하이다.

24) [정답] $\frac{mg \tan \theta}{E}$

[해설] 다음 그림과 같이 수평 방향의 전기력, 연직 방향의 중력, 그리고 줄의 장력이 평형을 이루고 있다.



25)

$$[\text{정답}] \ t = \sqrt{\frac{2md}{qE}}$$

$$[\text{해설}] \ ma = qE \text{ 에서 } a = \frac{qE}{m}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2 \text{ 에서 } d = \frac{qE}{2m}t^2 \therefore t = \sqrt{\frac{2md}{qE}}$$

26)

$$[\text{정답}] \ \frac{q}{m} = \frac{3g}{2E}$$

[해설] 전기장을 걸기 직전까지 h 만큼 g 의 가속도로 낙하했으므로 그 순간의 속력은

$v_1 = \sqrt{2gh}$ 이다.

연직 상방의 가속도의 크기를 a_2 라 하자.

$2h$ 만큼 낙하하고 정지하므로

$$0^2 - v_1^2 = 2(-a_2)(2h)$$

$$\therefore a_2 = \frac{v_1^2}{4h} = \frac{2gh}{4g} = \frac{1}{2}g \text{ 이다.}$$

$$qE - mg = ma_2$$

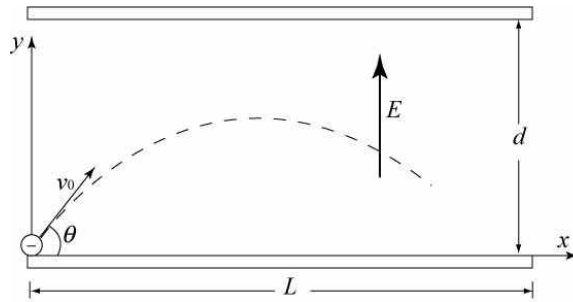
이고 a_2 를 대입하면 $qE = mg + ma_2 = \frac{3}{2}mg$

$$\therefore \frac{q}{m} = \frac{3g}{2E}$$

27)

[정답] $\frac{mv_0^2 \sin^2 \theta}{2eE}$

[해설] 그림과 같이 수평 방향을 x 축 연직 방향을 y 축이라 하자.



처음 속도 v_0 를 수평 방향과 연직 방향으로 나누면

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

수평 방향은 등속도 운동을 하고, 연직 방향의 가속도 a_y 는 $a_y = \frac{eE}{m}$

가 되어 전자는 그림의 점선으로 표시된 바와 같이 포물선 운동을 하게 된다.

전자가 최고점까지 도달하는데 걸리는 시간은

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{a_y} = \frac{mv_0 \sin \theta}{eE}$$

이 때 전자의 y 축 방향 변위는

$$y = v_{0y}t_1 - \frac{1}{2}a_y t_1^2$$

전자가 판에 충돌하려면 d 가 최고점 높이보다 작아야 한다.

$$d \leq v_{0y}t_1 - \frac{1}{2}a_y t_1^2 = \frac{mv_0^2 \sin^2 \theta}{eE} - \frac{mv_0^2 \sin^2 \theta}{2eE} = \frac{mv_0^2 \sin^2 \theta}{2eE}$$

28) [정답] $S_1 : -\frac{Q}{\epsilon_0}, S_2 : 0, S_3 : -\frac{2Q}{\epsilon_0}, S_4 : 0$

[해설] Gauss 법칙에서 $\Phi_E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$ 이다.

29) [정답] s_4

[해설]

s_1 에 대해 $\phi_1 = \frac{3}{\epsilon_0}$

$$s_2 \text{에 대해 } \phi_2 = \frac{3+(-1)}{\epsilon_0} = \frac{2}{\epsilon_0}$$

$$s_3 \text{에 대해 } \phi_3 = \frac{2}{\epsilon_0}$$

$$s_4 \text{에 대해 } \phi_4 = \frac{3+(-1)+2}{\epsilon_0} = \frac{4}{\epsilon_0}$$

$\therefore s_4$ 가 최대

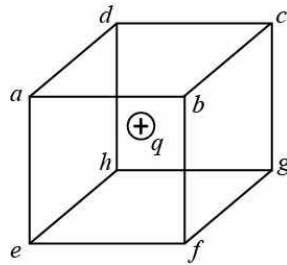
30) [정답] (1) 0 (2) $2\pi R^2 E$ (3) 풀이 참조

[해설] (3) 알짜 양전하 $2\pi\epsilon_0 R^2 E$ 가 원통 내부에 있다. 전기장이 균일하려면 전기장은 균일하게 대전된 평면에서 나와야 한다. 따라서, 원통 내부의 전하는 원통의 양 끝면에 평행한 평면 위에 있다.

31)

[정답] (1) 각 면당 $\frac{q}{6\epsilon_0}$ (2) $\frac{q}{\epsilon_0}$ (3) (1)이 달라진다.

[해설] (2) Gauss 법칙에 의해 정육면체에서 나오는 총 전기력 선속은 $\Phi_{tot} = \frac{q}{\epsilon_0}$ 가 되어야 한다.



(1) 각 면에서 나오는 선속은 모두 동일하므로, 각각 $\frac{q}{6\epsilon_0}$ 가 된다.

(3) 점 전하가 중심에 놓여 있지 않다면 대칭성이 깨져서, 각 면을 지나는 선속은 달라진다. 전하에 가까운 면을 지나는 선속은 전하에서 멀리 있는 면을 지나는 선속보다 커진다. 그러나, 전체 선속은 변하지 않는다.

개념 POINT